EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2008

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

1 — **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$ *l'équation :*

$$z^2 - 8z + 17 = 0.$$

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct* $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$, *les deux points A et B d'affixes respectives :* $a = 4 + i$ *et* $b = 8 + 3i$.

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre le point Ω *d'affixe* $\omega = 1 + 2i$ *et d'angle* $\frac{3\pi}{2}$.

0,75 — **a)** *Montrer que :* $z' = -iz - 1 + 3i$.

0,75 — **b)** *Vérifier que l'affixe du point C image du point A par la rotation R est* $c = -i$.

0,75 — **c)** *Montrer que :* $b - c = 2(a - c)$ *puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.*

Exercice 2 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, *le plan* (P) *d'équation* $x + 2y + z - 1 = 0$ *et la sphère* (S) *d'équation :*

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0.$$

0,75 — **1.** *Montrer que le centre de la sphère* (S) *est le point* $I(2,3,-1)$ *et son rayon est 3.*

0,5 — **2. a)** *Montrer que la distance du point I du plan* (P) *est* $\sqrt{6}$.

0,75 — **b)** *En déduire que le plan* (P) *coupe la sphère* (S) *suivant un cercle* (Γ) *de rayon* $\sqrt{3}$.

0,5 — **3. a)** *Déterminer une représentation paramétrique de la droite* (D) *passant par I et orthogonale à* (P).

0,5 — **b)** *Montrer que le centre du cercle* (Γ) *est le point* $H(1,1,-2)$.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient quatre boules blanches et trois boules rouges.
(les boules sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne.

1 — **1.** *Quelle est la probabilité de tirer trois boules blanches ?*

1 — **2.** *Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est* $\frac{1}{7}$.

1 — **3.** *Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche au moins ?*

Exercice 4 : (3 points)

Soit (u_n) *la suite numérique définie par :* $u_0 = 2$ *et* $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

1	**1.** *Montrer que :* $u_n > 1$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.
	2. *On pose :* $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.
1	**a)** *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique de raison* $\dfrac{3}{5}$ *puis exprimer* v_n *en fonction de n.*
1	**b)** *Montrer que* $u_n = \dfrac{2}{2-\left(\frac{3}{5}\right)^n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$ *puis calculer la limite de la suite* (u_n).
	Problème : (8 *points*)
	I) *On considère la fonction numérique g définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $g(x) = e^{2x} - 2x$.
1	**1.** *Calculer* $g'(x)$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$ *puis montrer que g est croissante sur* $[0,+\infty[$ *et décroissante sur* $]-\infty,0]$.
0,75	**2.** *En déduire que* $g(x) > 0$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$. *(remarquer que* $g(0) = 1$*)*
	II) *On considère la fonction numérique f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$.
	Soit (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.
0,5	**1. a)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.
0,25	**b)** *Vérifier que* $\dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{e^{2x}}{x} - 2\right)\dfrac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ *pour tout x de* $\mathbb{R}^*$.
0,5	**c)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ *(on rappelle que :* $\lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{\ln t}{t} = 0$*).*
0,25	**d)** *En déduire que la courbe* (C) *admet, au voisinage de* $-\infty$, *une branche parabolique dont on précisera la direction.*
0,75	**2. a)** *Pour tout x de* $[0,+\infty[$, *vérifier que :* $1 - \dfrac{2x}{e^{2x}} > 0$ *et que* $2x + \ln\left(1 - \dfrac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x)$.
0,5	**b)** *En déduire que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ *(on rappelle que:* $\lim\limits_{u\to+\infty} \dfrac{e^u}{u} = +\infty$*)*
0,5	**c)** *Montrer que la droite* (D) *d'équation* $y = 2x$ *est une asymptote oblique à la*

courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0,75 **d)** Montrer que : $f(x)-2x \leq 0$ pour tout x de $[0,+\infty[$ et en déduire que (C) est en-dessous de (D) sur l'intervalle $[0,+\infty[$.

0,75 **3. a)** Montrer que : $f'(x)=\dfrac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g(x)}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

1 **4.** Tracer (D) et (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(on admet que la courbe (C) a deux points d'inflexion).