EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2009

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on considère le point $A(2,2,-1)$, le plan (P) d'équation $2x+y+2z-13=0$ et la sphère (S) de centre le point $\Omega(1,0,1)$ et de rayon 3.

0,75 **1.a)** *Montrer que $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) et vérifier que A appartient à (S).*

0,75 **b)** *Calculer la distance du point Ω au plan (P) puis en déduire que le plan (P) est tangent à la sphère (S).*

2. *Soit (D) la droite passant par le point A et perpendiculaire au plan (P).*

0,75 **a)** *Démontrer que $\vec{u}(2,1,2)$ est un vecteur directeur de la droite (D) et que $(6,-6,-3)$ est le triplet de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.*

0,75 **b)** *Calculer $\dfrac{\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$ puis en déduire que la droite (D) est tangente à la sphère (S) en A.*

Exercice 2 : (3 points)

1 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :*

$$z^2-6z+25=0.$$

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives:*

$$a=3+4i\ ,b=3-4i\ ,c=2+3i \text{ et } d=5+6i\ .$$

0,5 **a)** *Calculer $\dfrac{d-c}{a-c}$ puis en déduire que les points A, C et D sont alignés.*

0,5 **b)** *Montrer que le nombre $p=3+8i$ est l'affixe du point P image du point A par l'homothétie h de centre B et de rapport $\dfrac{3}{2}$.*

1 **c)** *Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\dfrac{d-p}{a-p}$ puis en déduire que $\dfrac{\pi}{4}$ est une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}\right)$ et que $PA=\sqrt{2}PD$.*

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient sept boules noires et deux boules blanches.
(les boules sont indiscernables au toucher)
On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

	Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.
0,5	**1.** Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.
1,5	**2.** Montrer que $p(X=0)=\frac{1}{36}$ et $p(X=1)=\frac{7}{18}$.
1	**3.** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.
	Exercice 4 : (3 points)
	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{1+4u_n}{7-2u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
1	**1.** Vérifier que $1-u_{n+1}=\frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et montrer par récurrence que $1-u_n>0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
	2. On pose $v_n=\frac{2u_n-1}{u_n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
1	**a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{5}{6}$ puis exprimer v_n en fonction de n.
1	**b)** Montrer que $u_n=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n-1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n-2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis en déduire la limite de la suite (u_n).
	Exercice 5 : (2 points)
1	**1.** Déterminer les fonctions primitives de la fonction $x\mapsto 2x\left(x^2-1\right)^{2009}$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que : $\int_1^{\sqrt{2}} 2x\left(x^2-1\right)^{2009}dx=\frac{1}{2010}$.
1	**2.** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)dx=6\ln 3-2$.
	Exercice 6 : (6 points)
	Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$.

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0,5 **1.a)** *Vérifier que :* $f(x)=x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ *pour tout réel* x.

1 **b)** *Montrer que la fonction* f *est paire et que :*

$$f(x)-x=\frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} \text{ pour tout réel } x.$$

1 **c)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *et que* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}=0$ *puis en déduire que la droite* (D) *d'équation* $y=x$ *est une asymptote à la courbe* (C) *au voisinage de* $+\infty$.

0,5 **2.** *Montrer que la courbe* (C) *est au-dessous de la droite* (D) *sur l'intervalle* $[0,+\infty[$.

1 **3.a)** *Montrer que :* $f'(x)=\dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$ *pour tout réel* x *et vérifier que :* $f'(0)=0$.

0,5 **b)** *Montrer que :* $e^{4x}-1\geq 0$ *pour tout* x *de l'intervalle* $[0,+\infty[$ *puis en déduire que :* $e^{4x}-1+4xe^{2x}\geq 0$ *pour tout* x *de l'intervalle* $[0,+\infty[$.

0,5 **c)** *Dresser le tableau de variations de la fonction* f *sur l'intervalle* $[0,+\infty[$.

1 **4.** *Construire la courbe* (C) *dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

(on admettra que la courbe possède deux points d'inflexion que l'on ne demande pas de préciser).