EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2010

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, *les points* $A(-1,0,3)$, $B(3,0,0)$ *et* $C(7,1,-3)$ *et la sphère* (S) *d'équation :*

$$x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0.$$

1 **1.** *Montrer que* $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ *et en déduire que* $3x+4z-9=0$ *est une équation cartésienne du plan* (ABC).

0,5 **2.** *Montrer que le centre de la sphère* (S) *est le point* $\Omega(3,1,0)$ *et son rayon est 5.*

3. *Soit* (Δ) *la droite passant par le point* Ω *et perpendiculaire au plan* (ABC).

0,5 **a)** *Démontrer que* $\begin{cases}x=3+3t\\y=1\\z=4t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite* (Δ).

1 **b)** *Démontrer que la droite* (Δ) *coupe la sphère* (S) *aux deux points* $E(6,1,4)$ *et* $F(0,1,-4)$.

Exercice 2 : (3 points)

1 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$ *l'équation :*

$$z^2-6z+10=0.$$

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct* $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$, *les points A, B et C d'affixes respectives:*

$$a=3-i\ ,b=3+i\ \text{et}\ c=7-3i\ .$$

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' *l'affixe du point* M' *image de M par la rotation R de centre A et d'angle* $\frac{\pi}{2}$.

0,5 **a)** *Montrer que :* $z'=iz+2-4i$.

0,25 **b)** *Vérifier que l'affixe du point* C' *image du point C par la rotation R est* $c'=5+3i$.

1,25 **c)** *Montrer que :* $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ *puis en déduire que le triangle* BCC' *est rectangle en B et que* $BC=2BC'$.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules noires (les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1 **1.** *On considère les deux événements :*

A :" tirer une seule boule rouge"

et B :" tirer une boule blanche au moins".

Montrer que $p(A)=\frac{1}{2}$ et que $p(B)=\frac{41}{42}$.

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges tirées.

0,25 **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :0, 1, 2 et 3.

1 **b)** Montrer que $p(X=2)=\frac{3}{10}$ et $p(X=0)=\frac{1}{6}$.

0,75 **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 4 : (3 *points*)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0=2 \text{ et } u_{n+1}=\frac{3u_n-1}{2u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,75 **1.** Montrer par récurrence que $u_n-1>0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2. On considère la suite numérique (v_n) définie par :

$$v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

1 **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et en déduire que

$$v_n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,75 **b)** Montrer que $u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1}$ et en déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$.

0,5 **3.** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$ sachant que (w_n) est la suite numérique définie par :

$w_n=\ln(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

Exercice 5 : (8 *points*)

I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=1+4xe^{2x}$.

0,5 **1.** Montrer que : $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,5 **2.** Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ et décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$.

0,5 **3.a)** Montrer que $g\left(-\frac{1}{2}\right)=1-\frac{2}{e}$ et vérifier que $g\left(-\frac{1}{2}\right)>0$.

0,25	**b)** *En déduire que :* $g(x)>0$ *pour tout* x *de* $\mathbb{R}$.
	II) *Soit* f *la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$. *et soit* (C) *la courbe représentative de la fonction* f *dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\,cm)$.
1	**1.** *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *puis montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ *(on rappelle que :* $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$*)*
0,75	**2.** *Montrer que :* $f'(x)=g(x)$ *pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *puis en déduire que la fonction* f *est strictement croissante sur* $\mathbb{R}$.
0,75	**3.a)** *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ *et en déduire que la courbe* (C) *admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de l'axe des ordonnées.*
0,5	**b)** *Calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ *et en déduire que la droite* (Δ) *d'équation* $y=x+1$ *est une asymptote à la courbe* (C) *au voisinage de* $-\infty$.
0,5	**c)** *Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite* (Δ) *et la courbe* (C) *puis montrer que la courbe* (C) *est en-dessous de la droite* (Δ) *sur l'intervalle* $\left]-\infty,\dfrac{1}{2}\right[$ *et qu'elle est au-dessus de la droite* (Δ) *sur l'intervalle* $\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$.
0,25	**4.a)** *Montrer que :* $y=x$ *est une équation cartésienne de la droite* (T) *tangente à la courbe* (C) *au point* O.
0,25	**b)** *Montrer que la courbe* (C) *possède un point d'inflexion d'abscisse* $-\dfrac{1}{2}$. *(la détermination de l'ordonnée du point d'inflexion n'est pas demandée).*
0,75	**5.** *Construire les deux droites* (Δ) *et* (T) *et la courbe* (C) *dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1	**6.a)** *En utilisant une intégration par parties, montrer que :* $\int_0^{\frac{1}{2}}(2x-1)e^{2x}dx=1-\dfrac{e}{2}$.
0,5	**b)** *Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C), *la droite* (T) *tangente à la courbe* (C) *et les deux droites d'équations* $x=0$ *et* $x=\dfrac{1}{2}$ *est égale à :* $(6-2e)cm^2$.