EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2010

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, *les points* $A(0,-2,0)$, $B(1,1,-4)$ *et* $C(0,1,-4)$ *et la sphère* (S) *d'équation :*

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0.$$

0,5 **1.** *Montrer que le centre de la sphère* (S) *est le point* $\Omega(1,2,3)$ *et son rayon est 5.*

1 **2. a)** *Montrer que* $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ *et en déduire que* $4y+3z+8=0$ *est une équation cartésienne du plan* (ABC).

0,5 **b)** *Calculer* $d(\Omega,(ABC))$ *puis en déduire que le plan* (ABC) *est tangent à la sphère* (S).

3. *Soit* (Δ) *la droite passant par le point* Ω *et perpendiculaire au plan* (ABC).

0,5 **a)** *Démontrer que* $\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=3+3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite* (Δ).

0,25 **b)** *Démontrer que le triplet de coordonnées de H point d'intersection de la droite* (Δ) *et le plan* (ABC) *est* $(1,-2,0)$.

0,25 **c)** *Vérifier que H est le point de contact du plan* (ABC) *et la sphère* (S).

Exercice 2 : (3 points)

1 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres compiexes* $\mathbb{C}$, *l'équation :*

$$z^2-8\sqrt{3}z+64=0.$$

2. *On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct* $(O,\vec{u},\vec{v})$, *les points A, B et C d'affixes respectives:* $a=8i$, $b=4\sqrt{3}-4i$ *et* $c=2(4\sqrt{3}+4i)$. *Soit z l'affixe d'un point M du plan et* z' *l'affixe du point* M' *image de M par la rotation R de centre O et d'angle* $\frac{4\pi}{3}$.

0,5 **a)** *Montrer que :* $z'=\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.

0,25 **b)** *Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R.*

0,75 **c)** *Montrer que :* $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ *puis écrire le nombre* $\frac{a-b}{c-b}$ *sous forme trigonométrique.*

0,5 **d)** *En déduire que le triangle ABC est équilatéral.*

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient huit boules portant les nombres :

$$\textcircled{1},\textcircled{1},\textcircled{1},\textcircled{2},\textcircled{2},\textcircled{2},\textcircled{3},\textcircled{3}.$$

(les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard, successivement et sans remise , deux boules de l'urne.

1,25 **1.** *Soit A l'événement :" tirer deux boules portant le nombre 2"*
et B l'événement :" tirer deux boules dont une au moins porte le nombre 1".

Montrer que $p(A)=\frac{3}{28}$ *et que* $p(B)=\frac{13}{28}$.

2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules portant un nombre impair.*

0,25 **a)** *Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X.*

0,75 **b)** *Montrer que* $p(X=1)=\frac{15}{28}$.

0,75 **c)** *Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*

Exercice 4 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) *définie par :*

$$u_0=1 \text{ et } u_{n+1}=\frac{3u_n}{21+u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 **1.** *Montrer que* $u_n>0$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,75 **2.** *Montrer que* $u_{n+1}<\frac{1}{7}u_n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,5 **3.** *Montrer que la suite* (u_n) *est décroissante et qu'elle est convergente.*

0,75 **4. a)** *Montrer par récurrence que* $u_n<\left(\frac{1}{7}\right)^n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.

0,5 **b)** *Déterminer la limite de la suite* (u_n).

Exercice 5 : (8 points)

I) *On considère la fonction numérique g définie sur* $]0,+\infty[$ *par :*

$$g(x)=x^3-x-2\ln x+3.$$

0,25 **1.a)** *Vérifier que :*

$$3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2) \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle }]0,+\infty[.$$

0,5 **b)** *Montrer que:* $g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$.

0,25 **2.a)** *Vérifier que :* $\frac{3x^2+3x+2}{x}>0$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$.

0,5 **b)** *En déduire que le signe de* $g'(x)$ *est celui de* $x-1$ *sur* $]0,+\infty[$.

0,5 **3.a)** *Montrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle* $]0,1]$ *et qu'elle est croissante sur l'intervalle* $[1,+\infty[$.

0,5 **b)** *En déduire que* $g(x)>0$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$ *(remarquer que* $g(1)>0$*).*

II) *On considère la fonction numérique f définie sur* $]0,+\infty[$ *par :*

$$f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}.$$

et soit (C) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(on prendra* $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$*).*

1 **1.** *Montrer que :* $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$ *puis en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle* $]0,+\infty[$.

0,5 **2.a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ *puis interpréter géométriquement ce résultat.*

0,75 **b)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1+\ln x}{x^2}=0$ *et que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *(on rappelle que :* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$*).*

0,5 **c)** *Montrer que la droite* (Δ) *d'équation* $y=x-1$ *est une asymptote à la courbe* (C) *au voisinage de* $+\infty$.

0,5 **3.** *Montrer que* $y=3(x-1)$ *est une équation de la droite tangente à la courbe* (C) *au point de coordonnées* $(1,0)$.

0,75 **4.** *Construire la droite* (Δ) *et la courbe* (C). *(on admettra que la courbe* (C) *possède un point d'inflexion unique dont on ne demande pas de déterminer)*

1 **5.a)** *En utilisant une intégration par parties, montrer que :*

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx=1-\frac{2}{e}\quad (\text{poser } u'(x)=\frac{1}{x^2} \text{ et } v(x)=\ln x)$$

0,5 **b)** *Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C)*, la droite* (Δ) *et les droites d'équations* $x=1$ *et* $x=e$ *est égale à* $\left(1-\frac{1}{e}\right)cm^2$.