EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2011

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (2,5 points)

0,5 **1. a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+4x-5=0$.

1 **b)** Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'équation :

$$\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x).$$

1 **2.** Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'inéquation :

$$\ln x+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1).$$

Exercice 2 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0=1 \text{ et } u_{n+1}=\frac{u_n}{5+8u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 **1.** Montrer par récurrence que $u_n>0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2. On pose : $v_n=\frac{1}{u_n}+2$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1,5 **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 5 puis exprimer v_n en fonction de n.

1 **b)** Montrer que $u_n=\frac{1}{3\times5^n-2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3 : (5 points)

1 **1.** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2-18z+82=0.$$

2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a=9+i,\ b=9-i \text{ et } c=11-i.$$

1 **a)** Montrer que $\frac{c-b}{a-b}=-i$ puis en déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B.

0,5 **b)** Donner une forme trigonométrique du nombre complexe $4(1-i)$.

1 **c)** Montrer que : $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ puis en déduire que : $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

1,5 **d)** Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$.

Montrer que : $z'=-iz+10+8i$ puis vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $9-3i$.

Exercice 4 : (9,5 points)

I- *On considère la fonction g définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $g(x)=(1-x)e^x-1$.

0,5 **1.a)** *Montrer que :* $g'(x)=-xe^x$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$.

0,75 **b)** *Montrer que la fonction g est décroissante sur* $[0;+\infty[$ *et croissante sur l'intervalle* $]-\infty;0]$ *et vérifier que* $g(0)=0$.

0,5 **2.** *En déduire que :* $g(x)\leq 0$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$.

II- *Soit f la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(2-x)e^x-x$. *et soit* (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ *(unité : 1cm).*

0,5 **1.a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

0,75 **b)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ *puis en déduire que la courbe* (C) *admet une branche parabolique au voisinage de* $+\infty$ *dont on précisera la direction.*

0,75 **2.a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ *puis calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$.

(on rappelle que : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$*).*

0,25 **b)** *Montrer que la droite* (D) *d'équation* $y=-x$ *est une asymptote à la courbe* (C) *au voisinage de* $-\infty$.

0,5 **3.a)** *Montrer que :* $f'(x)=g(x)$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$.

0,25 **b)** *Interpréter géométriquement le résultat :* $f'(0)=0$

0,5 **c)** *Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur* $\mathbb{R}$ *puis dresser le tableau de variations de la fonction f.*

0,5 **4.** *Montrer que l'équation* $f(x)=0$ *admet une solution unique* α *dans* $\mathbb{R}$ *et que* $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$ *(on admettra que* $e^{\frac{3}{2}}>3$*).*

0,5 **5.a)** *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation* $f(x)+x=0$ *et en déduire que* (C) *et* (D) *se coupent au point* $A(2;-2)$.

0,25 **b)** *Etudier le signe de* $f(x)+x$ *sur* $\mathbb{R}$.

0,25 **c)** *En déduire que* (C) *est au-dessus de* (D) *sur* $]-\infty;2[$ *et en-dessous de* (D) *sur* $]2;+\infty[$.

0,5 **6.a)** *Montrer que la courbe* (C) *possède un point d'inflexion unique de coordonnées* $(0;2)$.

1 **b)** *Construire la droite* (D) *et la courbe* (C) *dans le même repère* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 **7.a)** *Montrer, à l'aide d'une integration par parties, que :*

$$\int_{-1}^{0}(2-x)e^x\,dx=3-\frac{4}{e}.$$

0,25 **b)** *En déduire, en* cm^2*, l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C)*, la droite* (D) *et les droites d'équations* $x=-1$ *et* $x=0$.