EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2011

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (2,5 points)

0,5 **1. a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2-2x-3=0$.

1 **b)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x-\frac{3}{e^x}-2=0$.

1 **2.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{x+1}-e^{-x}\geq 0$.

Exercice 2 : (4 points)

1 **1.** Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation :

$$z^2-6z+18=0.$$

2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les deux points A et B d'affixes respectives : $a=3+3i$ et $b=3-3i$.

0,5 **a)** Ecrire sous forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b.

0,75 **b)** Montrer que b' l'affixe du point B' image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ est 6.

1 **c)** Montrer que : $\frac{b-b'}{a-b'}=i$ puis en déduire que le triangle $AB'B$ est rectangle isocèle en B'.

0,75 **d)** Déduire de ce qui précède que le quadrilatère $OAB'B$ est un carré.

Exercice 3 : (3,5 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0=1 \text{ et } u_{n+1}=\frac{6u_n}{1+15u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 **1. a)** Vérifier que $u_{n+1}-\frac{1}{3}=\frac{u_n-\frac{1}{3}}{15u_n+1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **b)** Montrer par récurrence que $u_n>\frac{1}{3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1,5 **2.** On considère la suite numérique (v_n) définie par :

$$v_n=1-\frac{1}{3u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{6}$ puis exprimer v_n en fonction de n.

1 **3.** Montrer que $u_n=\frac{1}{3-2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 4 : (10 points)

I- *On considère la fonction numérique f définie sur* $I=]0;+\infty[$ *par :*

$$g(x)=x-1+\ln x .$$

0,5 **1.a)** *Montrer que :* $g'(x)=\dfrac{x+1}{x}$ *pour tout x de I.*

0,5 **b)** *Montrer que la fonction g est croissante sur I.*

1 **2.** *En déduire que* $g(x)\geq 0$ *sur* $[1;+\infty[$ *et que* $g(x)\leq 0$ *sur* $]0;1]$.

(remarquer que $g(1)=0$*).*

II- *Soit f la fonction numérique définie sur I par :* $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$.

et soit (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité 1cm).*

0,75 **1. a)** *Montrer que* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ *et donner une interprétation géométrique de ce résultat.*

1 **b)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$.

(remarquer que $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{\ln x}{x}$ *pour tout x de I).*

0,5 **c)** *En déduire que la courbe* (C) *admet une branche parabolique au voisinage de* $+\infty$ *dont on précisera la direction.*

1 **2.a)** *Montrer que :* $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ *pour tout x de I.*

0,5 **b)** *En déduire que la fonction f est croissante sur* $[1;+\infty[$ *et décroissante sur* $]0;1]$.

0,25 **c)** *Dresser le tableau de variation de la fonction f sur I.*

1 **3.** *Construire* (C) *(on admettra que la courbe* (C) *possède un seul point d'inflexion d'abscisse comprise entre* 1,5 *et* 2*).*

0,5 **4.a)** *Montrer que* $H:x\mapsto\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ *est une fonction primitive de la fonction* $h:x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ *sur l'intervalle I.*

0,75 **b)** *Montrer que* $\int_1^e \dfrac{\ln x}{x}dx=\dfrac{1}{2}$.

1 **c)** *Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :* $\int_1^e \ln x\,dx=1$.

0,25 **5.a)** *Vérifier que* $f(x)=\ln x-\dfrac{\ln x}{x}$ *pour tout x de I.*

0,5 **b)** *Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C)*, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=0$ *et* $x=e$ *est égale à* $0.5\ cm^2$.