EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2012

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, *les points* $A(1,1,-1)$, $B(0,1,-2)$ *et* $C(3,2,1)$ *et la sphère* (S) *d'équation :*

$$x^2+y^2+z^2-2x-2z-1=0.$$

0,5 **1.** *Montrer que le centre de la sphère* (S) *est le point* $\Omega(1,0,1)$ *et son rayon est* $\sqrt{3}$.

0,75 **2. a)** *Montrer que* $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{k}$ *et vérifier que* $x-z-2=0$ *est une équation cartésienne du plan* (ABC).

1 **b)** *Vérifier que* $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{2}$ *puis en déduire que le plan* (ABC) *coupe la sphère* (S) *suivant un cercle* (Γ) *de rayon* 1.

3. *Soit* (Δ) *la droite passant par le point* Ω *et perpendiculaire au plan* (ABC).

0,25 **a)** *Démontrer que* $\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite* (Δ).

0,25 **b)** *Démontrer que le triplet de coordonnées de H point d'intersection de la droite* (Δ) *et le plan* (ABC) *est* $(2,0,0)$.

0,25 **c)** *En déduire le centre du cercle* (Γ).

Exercice 2 : (3 points)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$, *l'équation :*

$$z^2-12z+61=0.$$

2. *On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct* $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$, *les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que :*

$$a=6-5i,\ b=4-2i \text{ et } c=2+i.$$

0,5 **a)** *Calculer* $\dfrac{a-c}{b-c}$ *et en déduire que les points A, B et C sont alignés.*

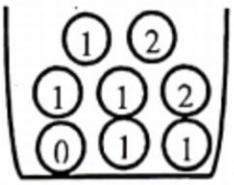
0,5 **b)** *On considère la translation T de vecteur* $\vec{u}$ *tel que l'affixe de* $\vec{u}$ *est* $1+5i$. *Vérifier que l'affixe du point D image du point C par la translation T est* $d=3+6i$.

0,75 **c)** *Montrer que :* $\dfrac{d-c}{b-c}=-1+i$ *et que* $\dfrac{3\pi}{4}$ *est un argument du nombre complexe* $-1+i$.

0,5 **d)** *En déduire une mesure de l'angle orienté* $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher : un jeton portant le nombre 0, cinq jetons portant chacun le nombre 1 et deux jetons portant chacun le nombre 2. On tire au hasard, simultanément, trois jetons de l'urne.



1 **1.** *Soit A l'événement : « Les trois jetons tirés, portent des nombres différents deux à deux »*

Montrer que $p(A)=\frac{5}{28}$.

1 **2.** *Soit B l'événement : « La somme des nombres portés par les trois jetons tirés est égale à 5»*

Montrer que $p(B)=\frac{5}{56}$.

1 **3.** *Soit C l'événement : « La somme des nombres portés par les trois jetons tirés est égale à 4»*

Montrer que $p(C)=\frac{3}{8}$.

Exercice 4 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) *définie par :*

$$u_0=11 \text{ et } u_{n+1}=\frac{10}{11}u_n+\frac{12}{11} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,25 **1.** *Vérifier que :* $u_{n+1}-12=\frac{10}{11}(u_n-12)$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,5 **2.a)** *Montrer par récurrence que* $u_n<12$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,5 **b)** *Montrer que la suite* (u_n) *est croissante.*

0,25 **c)** *En déduire que la suite* (u_n) *est convergente.*

3) *Soit* (v_n) *la suite numérique telle que :* $v_n=u_n-12$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,75 **a)** *En utilisant la question* **1.** *montrer que* (v_n) *est une suite géométrique de raison* $\frac{10}{11}$ *puis exprimer* v_n *en fonction de n.*

0,75 **b)** *Montrer que* $u_n=12-\left(\frac{10}{11}\right)^n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$ *et calculer la limite de la suite* (u_n).

Exercice 5 : (8 points)

I- *Soit g la fonction numérique définie sur* $]0;+\infty[$ *par:* $g(x)=x^2-1+2x^2\ln x$.

0,75 **1.** *Montrer que* x^2-1 *et* $2x^2\ln x$ *ont le même signe sur l'intervalle* $]0;1[$ *puis en*

déduire que $g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0,1]$.

0,75 **2.** Montrer que x^2-1 et $2x^2 \ln x$ ont le même signe sur l'intervalle $]1;+\infty[$ puis en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1;+\infty[$.

II- On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = (x^2-1)\ln x .$$

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité $3cm$).

0,5 **1. a)** Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat.

1 **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$

(on pourra écrire $\dfrac{f(x)}{x}$ sous la forme $\left(\dfrac{x^2-1}{x}\right)\ln x$).

et en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction.

1,25 **2.a)** Montrer que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0,+\infty[$ et interpréter géométriquement le résultat $f'(1) = 0$.

0,5 **b)** Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]0,1]$ et croissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$.

0,5 **c)** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0,+\infty[$ puis montrer que $f(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$.

1 **3.** Construire la courbe (C) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0,5 **4.a)** Montrer que $u : x \mapsto \dfrac{x^3}{3} - x$ est une fonction primitive de la fonction $x \mapsto x^2-1$ sur $\mathbb{R}$.

1 **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_1^2 (x^2-1)\ln x\, dx = \frac{2}{9}(1+3\ln 2).$$

0,25 **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.