EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2013

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points $A(-1,1,0)$, $B(1,0,1)$ et $\Omega(1,1,-1)$ et la sphère (S) de centre Ω et de rayon 3.

1 **1. a)** *Montrer que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ et vérifier que $x+y-z=0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).*

1 **b)** *Vérifier que $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ puis montrer que le plan (OAB) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{6}$.*

2. *Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (OAB).*

0,5 **a)** *Démontrer que $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).*

0,5 **b)** *Déterminer le triplet de coordonnées du centre du cercle (Γ).*

Exercice 2 : (3 points)

On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que :

$$a=7+2i,\ b=4+8i \text{ et } c=-2+5i.$$

0,75 **1.a)** *Vérifier que : $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ et montrer que : $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$.*

1 **b)** *En déduire que : $AC=AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.*

2. *Soit R la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.*

0,75 **a)** *Montrer que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est : $d=10+11i$.*

0,5 **b)** *Calculer $\dfrac{d-c}{b-c}$ et en déduire que les points B, C et D sont alignés.*

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges, trois boules vertes et deux boules blanches.
On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1,5 **1.** *Soient les deux événements suivants :*
A :" Tirer deux boules rouges et deux boules vertes "

	B :" Aucune boule blanche parmi les quatre boules tirées " *Montrer que* $p(A)=\frac{1}{7}$ *et que* $p(B)=\frac{1}{3}$. **2.** *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches tirées.*
0,25	**a)** *Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :* 0,1 *et* 2.
1,25	**b)** *Montrer que* $p(X=1)=\frac{8}{15}$ *puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*
	Exercice 4 : (3 *points*) *Soit* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *la suite numérique définie par :* $u_1=0$ *et* $u_{n+1}=\frac{25}{10-u_n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.
1	**1.** *Vérifier que* $5-u_{n+1}=\frac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$ *et montrer par récurrence que* $5-u_n>0$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.
	2. *On considère la suite numérique* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *définie par :* $v_n=\frac{5}{5-u_n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.
0,75	**a)** *Montrer que* $v_{n+1}=\frac{10-u_n}{5-u_n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$ *et vérifier que* $v_{n+1}-v_n=1$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.
1	**b)** *Montrer que :* $v_n=n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$ *et en déduire que* $u_n=5-\frac{5}{n}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$.
0,25	**c)** *Déterminer* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
	Exercice 5 : (8 *points*) *On considère la fonction numérique f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(x-2)^2e^x$. *et soit* (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité :* 1*cm).*
0,25	**1.a)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
0,5	**b)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ *puis en déduire que la courbe* (C) *admet, au voisinage de* $+\infty$, *une branche parabolique dont on précisera la direction.*

0,25	**2.a)** *Vérifier que :* $f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$.
0,5	**b)** *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ *et interpréter géométriquement ce résultat.* (*on rappelle que :* $\lim\limits_{x\to-\infty} x^ne^x=0$ *pour tout n de* $\mathbb{N}^*$).
0,75	**3.a)** *Montrer que :* $f'(x)=x(x-2)e^x$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$.
1	**b)** *Montrer que la fonction f est croissante sur chacun des deux intervalles* $]-\infty,0]$ *et* $[2,+\infty[$ *et qu'elle est décroissante sur l'intervalle* $[0,2]$.
0,5	**c)** *Dresser le tableau de variations de la fonction f sur* $\mathbb{R}$.
1	**4.a)** *Montrer que :* $f''(x)=(x^2-2)e^x$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$ *puis en déduire que la courbe* (C) *possède deux points d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer leurs ordonnées.*
1	**b)** *Construire* (C) *dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.
0,5	**5.a)** *Montrer que la fonction* $H:x\mapsto(x-1)e^x$ *est une fonction primitive de la fonction* $h:x\mapsto xe^x$ *sur* $\mathbb{R}$ *puis calculer* $\int_0^1 xe^x\,dx$.
0,75	**b)** *Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :* $\int_0^1 x^2e^x\,dx=e-2$.
0,5	**c)** *Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C), *l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=0$ *et* $x=1$ *est égale à* $5(e-2)cm^2$.
0,5	**6.** *Utiliser la courbe pour donner le nombre de solutions de l'équation :* $x^2=e^{-x}+4x-4, x\in\mathbb{R}$.