EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2013

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points $A(0,0,1)$, $B(1,1,1)$ et $C(2,1,2)$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1,-1,0)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

0,75 **1.** *Montrer que $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ est une équation cartésienne de la sphère et vérifier que le point A appartient à la sphère (S).*

0,75 **2. a)** *Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ et en déduire que $x-y-z+1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).*

0,75 **b)** *Calculer $d(\Omega,(ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en A.*

3. *Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).*

0,25 **a)** *Démontrer que* $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite (Δ).*

0,5 **b)** *En déduire les coordonnées des deux points d'intersection de la droite (Δ) et la sphère (S).*

Exercice 2 : (3 points)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation :*

$$z^2-8z+25=0.$$

2. *On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que:*

$$a=4+3i\ ,\ b=4-3i \text{ et } c=10+3i$$

et la translation T de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

0,75 **a)** *Montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation T est $d=10+9i$.*

1 **b)** *Vérifier que $\dfrac{b-a}{d-a}=-\dfrac{1}{2}(1+i)$ puis écrire le nombre complexe $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ sous une forme trigonométrique.*

0,5 **c)** *Montrer que : $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})\equiv\dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$.*

Exercice 3 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **1.** Vérifier que : $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **2.a)** Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

0,25 **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3) Soit (v_n) la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 **a)** Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et exprimer v_n en fonction de n.

0,75 **b)** En déduire que $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 : (3 points)

Un sac contient 9 jetons indiscernables au toucher : quatre jetons blancs, trois jetons noirs et deux jetons verts.

On tire au hasard, simultanément, trois jetons du sac.

1 **1.** Soient les deux événements suivants : A :" Tirer trois jetons de même couleur "
B :" Tirer trois jetons de couleurs différentes deux à deux "

Montrer que $p(A) = \frac{5}{84}$ et que $p(B) = \frac{2}{7}$.

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de jetons noirs tirés.

0,25 **a)** Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2 et 3.

1 **b)** Montrer que $p(X = 2) = \frac{3}{14}$ et $p(X = 1) = \frac{15}{28}$

0,75 **c)** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 5 : (8 points)

I- On considère la fonction numérique g définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - x - \ln x .$$

0,25 **1.a)** Vérifier que $2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

1 **b)** Montrer que $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0,+\infty[$ et en déduire que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0,1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle $[1,+\infty[$.

0,5 **2.** *Montrer que* $g(x) \geq 0$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$.

(remarquer que $g(1)=0$*).*

II- *On considère la fonction numérique f définie sur* $]0;+\infty[$ *par :*

$$f(x)=x^2-1-(\ln x)^2.$$

et soit (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité 1cm).*

0,5 **1.a)** *Montrer que* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ *et donner une interprétation géométrique de ce résultat.*

0,5 **b)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$.

(remarquer que $f(x)=x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}-\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^2\right)$*).*

0,25 **c)** *En déduire que la courbe* (C) *admet, au voisinage de* $+\infty$*, une branche parabolique dont on précisera la direction.*

1 **2.a)** *Montrer que :* $f'(x)=2\left(\dfrac{x^2-\ln x}{x}\right)$ *pour tout x de* $]0,+\infty[$.

0,75 **b)** *Vérifier que* $\dfrac{g(x)}{x}+1=\dfrac{x^2-\ln x}{x}$ *pour tout x de l'intervalle* $]0,+\infty[$ *et en déduire que la fonction f est croissante sur* $]0,+\infty[$.

0,5 **3.a)** *Montrer que* $y=2x-2$ *est une équation cartésienne de la droite* (T) *tangente à la courbe* (C) *au point* $A(1,0)$.

1 **b)** *Construire, dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$*, la droite* (T) *et la courbe* (C).

(on admettra que A est le seul point d'inflexion de la courbe (C)*)*

0,75 **4.a)** *Vérifier que* $H:x\mapsto x(\ln x-1)$ *est une fonction primitive de la fonction* $h:x\mapsto \ln x$ *sur* $]0,+\infty[$ *puis montrer que :* $\int_1^e \ln x\,dx=1$.

0,5 **b)** *Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :* $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$.

0,5 **c)** *Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe* (C)*, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=1$ *et* $x=e$ *est égale à* $\dfrac{1}{3}(e^3-6e+8)cm^2$.