EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2014

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, le point $A(0,0,1)$; le plan (P) d'équation $2x+y-2z-7=0$ et la sphère (S) de centre $\Omega(0,3,-2)$ et de rayon 3.

0,5 **1.a)** *Montrer que* $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et perpendiculaire au plan (P).*

0,5 **b)** *Vérifier que $H(2,1,-1)$ est le point d'intersection du plan (P) et la droite (Δ).*

0,75 **2.a)** *Montrer que* $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}=3(\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k})$ *où* $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$.

0,5 **b)** *Montrer que la distance du point Ω à la droite (Δ) est égale à 3.*

0,75 **c)** *En déduire que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) et vérifier que H est le point de contact de la droite (Δ) et la sphère (S).*

Exercice 2 : (3 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :

$$u_1=5 \text{ et } u_{n+1}=\frac{5u_n-4}{1+u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

0,75 **1.** *Montrer par récurrence que $u_n>2$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.*

2. *On considère la suite numérique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :*

$$v_n=\frac{3}{u_n-2} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^*.$$

1 **a)** *Montrer que* $v_{n+1}=\frac{1+u_n}{u_n-2}$ *pour tout n de $\mathbb{N}^*$ et montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est arithmétique de raison 1.*

0,75 **b)** *Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que :* $u_n=2+\frac{3}{n}$ *pour tout n de $\mathbb{N}^*$.*

0,5 **c)** *Déterminer* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 3 : (3 points)

Pour déterminer les deux questions d'un examen oral dans un concours de recrutement, le candidat tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes d'une urne contenant 10 cartes : huit cartes concernant les mathématiques et deux cartes concernant la langue française (on suppose que les cartes sont indiscernables au toucher).

1,5	**1.** *On considère l'événement A :" Tirer deux cartes concernant la langue française "* *et l'événement B :" Tirer deux cartes concernant deux matières différentes ".* *Montrer que* $p(A)=\frac{1}{45}$ *et que* $p(B)=\frac{16}{45}$.
	2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de cartes tirées concernant la langue française.*
0,25	**a)** *Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0 ,1 et 2.*
1,25	**b)** *Montrer que* $p(X=0)=\frac{28}{45}$ *puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*
	Exercice 4 : (3 *points*)
0,75	**1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$, *l'équation :* $z^2-4z+5=0$. **2.** *On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct* $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$, *les points A , B , C , D et* Ω *d'affixes respectives:* $a=2+i$, $b=2-i$, $c=i$, $d=-i$ *et* $\omega=1$.
0,25	**a)** *Montrer que :* $\frac{a-\omega}{b-\omega}=i$.
0,5	**b)** *En déduire que le triangle* ΩAB *est rectangle et isocèle en* Ω.
	2. *Soit z l'affixe d'un point M du plan et z ' l'affixe du point M ' image de M par la rotation R de centre* Ω *et d'angle* $\frac{\pi}{2}$.
0,5	**a)** *Montrer que :* $z'=iz+1-i$.
0,5	**b)** *Vérifier que :* $R(A)=C$ *et* $R(D)=B$.
0,5	**c)** *Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au même cercle dont on déterminera le centre.*
	Exercice 5 : (8 *points*) *On considère la fonction numérique f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(xe^x-1)e^x$. *et soit* (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité 2cm).*
0,75	**1.** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ *et donner une interprétation géométrique de ce résultat.*
0,75	**2.a)** *Montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$
0,5	**b)** *En déduire que la courbe* (C) *admet, au voisinage de* $+\infty$, *une branche*

parabolique dont on précisera la direction.

1 **3.a)** Montrer que : $f'(x)=e^x\left(e^x-1+2xe^x\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis vérifier que $f'(0)=0$.

0,5 **b)** Montrer que $e^x-1\geq 0$ pour tout x de $[0,+\infty[$ et que $e^x-1\leq 0$ pour tout x de $]-\infty,0]$.

1,25 **c)** Montrer que la fonction f est croissante sur $[0,+\infty[$ et qu'elle est décroissante sur $]-\infty,0]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0,75 **4.a)** Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0,+\infty[$ et que $\frac{1}{2}<\alpha<1$.(on admettra que $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}<1$)

0,75 **b)** Construire, dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite la courbe (C).
(on admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer).

0,75 **5.** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x}\,dx=\frac{1}{4}$.

1 **6.** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=\frac{1}{2}$.