EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2015

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 4 \text{ et } u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3 \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 **1.** *Montrer par récurrence que $u_n < 5$ pour tout n de $\mathbb{N}$.*

0,75 **2.** *Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et en déduire que la suite (u_n) est croissante.*

0,25 **3.** *En déduire que la suite (u_n) est convergente.*

4. *Soit (v_n) la suite numérique telle que $v_n = 5 - u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.*

0,75 **a)** *Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$ et exprimer v_n en fonction de n.*

0,75 **b)** *En déduire que $u_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).*

Exercice 2 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plan (P) d'équation $2x - z - 2 = 0$ et la sphère (S) d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0.$$

1 **1.** *Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(-1,0,1)$ et son rayon est 3.*

0,5 **2. a)** *Calculer la distance du point Ω au plan (P).*

0,5 **b)** *En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ).*

1 **3.** *Montrer que le rayon du cercle (Γ) est 2 et déterminer les coordonnées du point H centre du cercle (Γ).*

Exercice 3 : (3 points)

0,75 **1. a)** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :*

$$z^2 - 8z + 32 = 0.$$

0,75 **b)** *On considère le nombre complexe a tel que : $a = 4 + 4i$.*
Ecrire le nombre complexe a sous sa forme trigonométrique puis en déduire que a^{12} est un nombre réel négatif.

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tels que :*

$a=4+4i$, $b=2+3i$ et $c=3+4i$.

Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

0,5 **a)** *Montrer que : $z'=iz+7+i$.*

0,5 **b)** *Vérifier que d l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $3+5i$.*

0,5 **c)** *Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z-3-5i|=|z-4-4i|$ est la droite (BC).*

Exercice 4 : (3 *points*)

Une urne contient 5 jetons : deux jetons blancs, deux verts et un rouge (les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard successivement et avec remise trois jetons de l'urne.

1 **1.** *Soit l'événement A :"les trois jetons tirés sont de même couleur ".*

Montrer que $p(A)=\frac{17}{125}$.

2 **2.** *Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de jeton (s) blanc (s) tirés. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.*

Exercice 5 : (8 *points*)

I- *Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=1-x+x\ln x$.*

0,5 **1. a)** *Montrer que $g'(x)=\ln x$ pour tout x de $]0;+\infty[$.*

0,5 **b)** *Montrer que la fonction g est décroissante sur $]0,1]$ et croissante sur $[1,+\infty[$.*

0,75 **2.** *Calculer $g(1)$ et en déduire que $g(x)\geq 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$.*

II- *On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :*

$$f(x)=3-\frac{1}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}.$$

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 1cm).

0,75 **1.** *Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.*

(pour calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$; remarquer que $f(x)=\frac{3x^2-1-2x\ln x}{x^2}$ pour tout x de $]0;+\infty[$).

0,75 **2.** *Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ et en déduire la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.*

0,75	**3. a)** *Montrer que* $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x^3}$ *pour tout* x *de* $]0;+\infty[$.
0,25	**b)** *Interpréter géométriquement le résultat* $f'(1)=0$.
0,5	**c)** *Montrer que la fonction* f *est croissante sur* $]0;+\infty[$.
0,75	**4.** *Tracer, dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$, *la courbe* (C). (*on admettra que la courbe* (C) *possède deux points d'inflexion tels que* 1 *est l'abscisse de l'un de ces deux points et l'abscisse de l'autre est comprise entre* 2 *et* 2,5 *et on prendra* $f(0,3)=0$).
0,5	**5. a)** *Montrer que* $\int_1^e \dfrac{2\ln x}{x}dx=1$.
0,75	**b)** *Calculer, en* cm^2, *l'aire du domaine plan délimité par la courbe* (C), *l'axe des abscisses et les deux droites d'équations* $x=1$ *et* $x=e$.
	6. *Soit* h *la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}^*$ *par:* $h(x)=3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\ln(x^2)}{|x|}$.
0,75	**a)** *Montrer que la fonction* h *est paire et que* $h(x)=f(x)$ *pour tout* x *de* $]0;+\infty[$.
0,5	**b)** *Tracer, dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$, *la courbe* (C') *représentant la fonction* h.

Instagram Prof. Belbacha