EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2016

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 **1.a)** *Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.*

0,5 **b)** *Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis montrer que la suite (u_n) est décroissante.*

0,25 **c)** *En déduire que la suite (u_n) est convergente.*

2. *Soit (v_n) la suite numérique telle que $v_n = u_n - 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.*

1 **a)** *Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ et exprimer v_n en fonction de n.*

0,75 **b)** *Montrer que $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis déterminer la limite de la suite (u_n).*

Exercice 2 : (3 points)

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les deux points $A(1,3,4)$ et $B(0,1,2)$.

0,5 **1. a)** *Montrer que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.*

0,5 **b)** *Montrer que $2x + 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB).*

0,5 **2.** *Soit (S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$.*
Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(3,-3,3)$ et son rayon est 5.

0,75 **3. a)** *Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S).*

0,75 **b)** *Déterminer les coordonnées de H point de contact du plan (OAB) et la sphère (S).*

Exercice 3 : (3 points)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :*

$$z^2 - 8z + 41 = 0.$$

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, les points A, B, C et Ω d'affixes respectives a, b, c et ω tels que :*

$$a = 4 + 5i,\ b = 3 + 4i,\ c = 6 + 7i \text{ et } \omega = 4 + 7i.$$

0,75 **a)** Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ et en déduire que les points A, B et C sont alignés.

0,75 **b)** Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

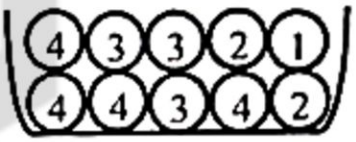
Montrer que : $z' = -iz - 3 + 11i$.

0,75 **c)** Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre $\frac{a-\omega}{c-\omega}$.

Exercice 4 : (3 points)

Une urne contient 10 boules portant les nombres : 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3 4 , 4 , 4 , 4.
(les boules sont indiscernables au toucher).

On considère l'épreuve suivante : On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.



1 **1.** Soit l'événement A :" les deux boules tirées portent deux nombres pairs".

Montrer que $p(A) = \frac{1}{3}$.

2 **2.** On répète l'épreuve précédente trois fois en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne.

Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois où l'événement A est réalisé.

Montrer que $p(X=1) = \frac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Problème : (8 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$.

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g sur $]0;+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

0,25 **1.** Calculer $g(1)$.

0,75 **2.** Déduire à partir du tableau que :

$$g(x) > 0 \text{ pour tout } x \text{ de }]0;+\infty[.$$

II - On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x .$$

et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé

$(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 2cm).

0,75 1. Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ et donner une interprétation géométrique à ce résultat.

0,5 2. a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. (pour calculer cette limite on pourra écrire $f(x)$ sous forme $f(x) = x\left[\frac{3}{x} - 3 + 2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$).

0,5 b) Montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

0,75 3. a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

0,75 b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur $]0;+\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$.

0,5 4. a) Montrer que $I(1,0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C).

0,25 b) Montrer que $y = x - 1$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point I.

0,75 c) Tracer dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ la droite (T) et la courbe (C)

0,5 5. a) Montrer que $\int_1^2 \left(1+\frac{x}{2}\right)dx = \frac{7}{4}$.

0,75 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que :
$$\int_1^2 (x+1)\ln x\, dx = 4\ln 2 - \frac{7}{4}.$$

0,5 c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

0,5 6. Résoudre graphiquement l'inéquation : $(x+1)\ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$, $x \in]0,+\infty[$.