EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2017

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la sphère (S) *d'équation :* $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ *et le plan* (P) *d'équation :* $y-z=0$.

0,5 **1.a)** *Montrer que le centre de la sphère* (S) *est le point* $\Omega(1,1,1)$ *et son rayon est 2.*

0,5 **b)** *Calculer* $d(\Omega,(P))$ *et en déduire que le plan* (P) *coupe la sphère* (S) *suivant un cercle* (C).

0,5 **c)** *Déterminer le centre et le rayon du cercle* (C).

2. *Soit* (Δ) *la droite passant par le point* $A(1,-2,2)$ *et orthogonale au plan* (P).

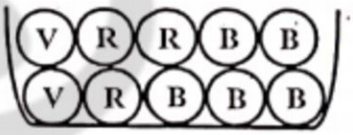
0,25 **a)** *Montrer que* $\vec{u}(0,1,-1)$ *est un vecteur directeur de la droite* (Δ).

0,75 **b)** *Montrer que* $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ *et en déduire que la droite* (Δ) *coupe la sphère* (S) *en deux points.*

0,5 **c)** *Déterminer les coordonnées de chacun des deux points de contact de la droite* (Δ) *et la sphère* (S).

Exercice 2 : (3 points)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher : cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes (voir figure ci-contre).



On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.

1,5 **1.** *Soit A l'événement :*

" Parmi les quatre boules tirées, il y'a une seule boule verte seulement ".

et B l'événement :

"Parmi les quatre boules tirées, il y'a exactement trois boules de même couleur".

Montrer que $p(A)=\frac{8}{15}$ *et que* $p(B)=\frac{19}{70}$.

2. *Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.*

0,5 **a)** *Montrer que* $p(X=2)=\frac{2}{15}$.

1 **b)** *Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique est égale à* $\frac{4}{5}$.

Exercice 3 : (3 points)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes* $\mathbb{C}$ *l'équation :*

$$z^2+4z+8=0.$$

2. *On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct* $(O,\vec{u},\vec{v})$, *les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que:*

$$a=-2+2i\ ,b=4-4i \text{ et } c=4+8i\ .$$

0,5 **a)** *Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle* $-\frac{\pi}{2}$. *Montrer que :* $z'=-iz-4$.

0,75 **b)** *Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC.*

3. *Soit* ω *l'affixe du point* Ω *milieu du segment* $[BC]$.

0,5 **a)** *Montrer que* $|c-\omega|=6$.

0,5 **b)** *Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que :* $|z-\omega|=6$ *est le cercle circonscrit au triangle ABC.*

Exercice 4 : (2,5 points)

On considère la suite numérique (u_n) *définie par :*

$$u_0=17 \text{ et } u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+12 \text{ pour tout entier naturel n.}$$

0,5 **1.a)** *Montrer par récurrence que :* $u_n>16$ *pour tout entier naturel n.*

0,5 **b)** *Montrer que la suite* (u_n) *est décroissante et en déduire qu'elle est convergente.*

2. *Soit* (v_n) *la suite numérique tel que :* $v_n=u_n-16$ *pour tout entier naturel n.*

0,5 **a)** *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique.*

0,5 **b)** *En déduire que* $u_n=16+\left(\frac{1}{4}\right)^n$ *pour tout entier naturel n puis déterminer la limite de la suite* (u_n).

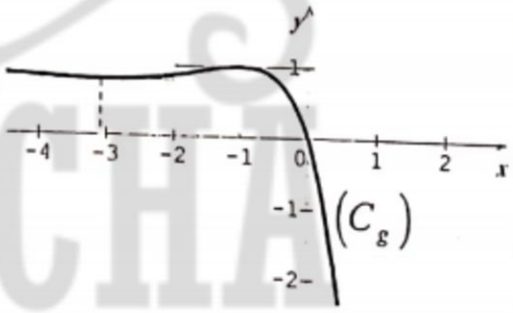
0,5 **c)** *Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle* $u_n<16{,}001$.

Problème : (8,5 points)

I) *Soit g la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $g(x)=1-(x+1)^2e^x$.

0,25 **1.** *Vérifier que :* $g(0)=0$.

1 **2.** *A partir de la représentation graphique de la fonction g (voir figure ci-contre) Montrer que* $g(x)\geq 0$ *pour tout x appartenant à l'intervalle* $]-\infty,0]$ *et que*



$g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,+\infty[$.

II) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 - (x^2+1)e^x.$$

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité : 2cm).

0,75 **1.a)** Vérifier que : $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ pour tout réel x puis en déduire que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

0,5 **b)** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x) - (x+1)\right]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$.

0,25 **c)** Montrer que la courbe (C_f) est au-dessous de la droite (D).

0,5 **2.a)** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

(on pourra écrire $f(x)$ sous la forme $x\left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]$)

0,25 **b)** Montrer que la courbe (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique dont on précisera la direction.

0,75 **3.a)** Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout réel x.

0,75 **b)** Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty,0]$ et décroissante sur l'intervalle $[0,+\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

0,75 **c)** Montrer que la courbe (C_f) possède un deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1.

1 **4.** Construire, dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f).

(on prendra $f(-3) \approx -2,5$ et $f(-1) \approx -0,7$)

0,5 **5.a)** Vérifier que la fonction $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis montrer que : $\int_{-1}^{0} xe^x\,dx = \frac{2}{e} - 1$.

0,75 **b)** Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :

$$\int_{-1}^{0}(x^2+1)e^x\,dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right).$$

0,5 **c)** Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = -1$.