EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2018

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, *on considère les points* $A(0;-2;-2)$, $B(1;-2;-4)$ *et* $C(-3;-1;2)$.

1 — **1.** *Montrer que* $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ *et en déduire que* $2x+2y+z+6=0$ *est une équation cartésienne du plan* (ABC).

0,5 — **2.** *On considère la sphère* (S) *dont une équation est :*

$$x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0.$$

Vérifier que la sphère (S) *a pour centre* $\Omega(1;0;1)$ *et pour rayon* $R=5$.

0,25 — **3. a)** *Vérifier que* $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$ *est une représentation paramétrique de la droite* (Δ) *passant par le point* Ω *et orthogonale au plan* (ABC).

0,5 — **b)** *Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite* (Δ) *et du plan* (ABC).

0,75 — **4.** *Vérifier que* $d(\Omega;(ABC))=3$, *puis montrer que le plan* (ABC) *coupe la sphère* (S) *selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre.*

Exercice 2 : (3 points)

0,75 — **1.** *Résoudre dans l'ensemble* $\mathbb{C}$ *des nombres complexes l'équation :*

$$2z^2+2z+5=0.$$

2. *Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct* $(O;\vec{u};\vec{v})$, *on considère la rotation R de centre O et d'angle* $\frac{2\pi}{3}$.

0,25 — **a)** *Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe* $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

0,5 — **b)** *On considère le point A d'affixe* $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ *et le point B image du point A par la rotation R. Soit b l'affixe du point B.*
Montrer que $b=d\cdot a$.

3. *Soit t la translation de vecteur* $\overrightarrow{OA}$ *et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C.*

0,75 — **a)** *Vérifier que* $c=b+a$ *et en déduire que* $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$.

(on pourra utiliser la question **2.b)**)

0,75 **b)** *Déterminer* $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ *puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.*

Exercice 3 : (3 *points*)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : ***cinq boules rouges*** *portant les nombres 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et* ***quatre boules blanches*** *portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 2.*

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

Soient les événements :

A :" les trois boules tirées sont de même couleur "

B :" les trois boules tirées portent le même nombre "

C :" les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1,5 **1.** *Montrer que* $p(A)=\frac{1}{6}$, $p(B)=\frac{1}{4}$ *et* $p(C)=\frac{1}{42}$.

2. *On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A.*

0,5 **a)** *Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X.*

1 **b)** *Montrer que* $p(X=1)=\frac{25}{72}$ *et calculer* $p(X=2)$.

Problème : (11 *points*)

I) *Soit g la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $g(x)=e^x-x^2+3x-1$.

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g.

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0,25 **1.** *Vérifier que :* $g(0)=0$.

0,5 **2.** *Déterminer le signe de* $g(x)$ *sur chacun des intervalles* $]-\infty;0]$ *et* $[0;+\infty[$.

II) *Soit f la fonction numérique définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(x^2-x)e^{-x}+x$.

et (C) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité : 1 cm).*

0,5 **1. a)** *Vérifier que* $f(x)=\frac{x^2}{e^x}-\frac{x}{e^x}+x$ *pour tout x de* $\mathbb{R}$ *puis montrer que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

0,75 **b)** *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ *puis en déduire que* (C) *admet une asymptote* (D) *au voisinage de* $+\infty$ *d'équation* $y=x$.

0,5 c) *Vérifier que* $f(x)=\dfrac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ *pour tout* x *de* $\mathbb{R}$ *puis calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

0,5 d) *Montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ *et interpréter le résultat géométriquement.*

0,25 **2. a)** *Montrer que* $f(x)-x$ *et* x^2-x *ont le même signe pour tout* x *de* $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** *En déduire que* (C) *est au-dessus de* (D) *sur chacun des intervalles* $]-\infty;0]$ *et* $[1;+\infty[$, *et en dessous de* (D) *sur l'intervalle* $[0;1]$.

0,75 **3. a)** *Montrer que* $f'(x)=g(x)e^{-x}$ *pour tout* x *de* $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** *En déduire que la fonction* f *est décroissante sur* $]-\infty;0]$ *et croissante sur* $[0;+\infty[$.

0,25 **c)** *Dresser le tableau de variations de la fonction* f.

0,25 **4. a)** *Vérifier que* $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$ *pour tout* x *de* $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** *En déduire que la courbe* (C) *admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives* 1 *et* 4.

1 **5.** *Construire* (D) *et* (C) *dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$. *(on prend :* $f(4)\approx 4.2$*)*

0,5 **6. a)** *Montrer que la fonction* $H:x\mapsto(x^2+2x+2)e^{-x}$ *est une primitive de la fonction* $h:x\mapsto -x^2e^{-x}$ *sur* $\mathbb{R}$ *puis en déduire que* $\int_0^1 x^2e^{-x}\,dx=\dfrac{2e-5}{e}$.

0,75 **b)** *A l'aide d'une intégration par parties montrer que* $\int_0^1 xe^{-x}\,dx=\dfrac{e-2}{e}$.

0,75 **c)** *Calculer en* cm^2 *l'aire du domaine plan limité par* (C) *et* (D) *et les droites d'équations* $x=0$ *et* $x=1$.

III) *Soit* (u_n) *la suite numérique définie par :*

$$u_0=\frac{1}{2}\text{ et }u_{n+1}=f(u_n)\text{ pour tout }n\text{ de }\mathbb{N}.$$

0,75 **1.** *Montrer que* $0\le u_n\le 1$ *pour tout* n *de* $\mathbb{N}$.
(on pourra utiliser le résultat de la question **II) 3. b)**)

0,5 **2.** *Montrer que la suite* (u_n) *est décroissante.*

0,75 **3.** *En déduire que* (u_n) *est convergente et déterminer sa limite.*