EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2018

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre $\Omega(2;1;2)$ et de rayon égale à 3 et le plan (P) passant par le point $A(-1;0;3)$ et $\vec{u}(4;0;-3)$ est un vecteur normal à (P).

0,5 **1.** *Montrer que $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$ est une équation cartésienne de la sphère (S).*

0,5 **2.** *Vérifier que $4x-3z+13=0$ est une équation cartésienne du plan (P).*

0,5 **3. a)** *Vérifier que $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P).*

0,5 **b)** *Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (P).*

0,25 **4. a)** *Calculer $d(\Omega;(P))$.*

0,75 **b)** *Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.*

Exercice 2 : (3 points)

0,75 **1.** *Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :*

$$z^2-2\sqrt{2}z+4=0.$$

2. *Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.*

0,25 **a)** *Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe a.*

0,5 **b)** *Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est :*

$$b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right).$$

0,5 **3. a)** *On considère le point C d'affixe $c=1+i$.*
Montrer que $b^2-c^2=2\sqrt{3}$.

0,5 **b)** *Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image de B par la translation t.*
Montrer que $OD=|b+c|$.

0,5 **c)** *En déduire que $OD\times BC=2\sqrt{3}$.*

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges portant chacune le nombre 1, 3 boules rouges portant chacune le nombre 2 et 6 boules vertes portant chacune le nombre 2.

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne, et on considère les événements suivants :

A :" les deux boules tirées portent le même nombre "

B :" les deux boules tirées sont de couleurs différentes "

C :" les deux boules tirées portent deux nombres dont la somme est égale à 3 "

1,5 **1.** *Montrer que* $p(A)=\frac{13}{22}$ *et* $p(B)=\frac{6}{11}$ *puis calculer* $p(C)$.

0,5 **2. a)** *Montrer que* $p(A\cap B)=\frac{3}{11}$.

0,5 **b)** *Les deux événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.*

0,5 **3.** *Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant le même nombre.*

Exercice 4 : (2 points)

0,5 **1. a)** *Montrer que la fonction* $H : x \mapsto xe^x$ *est une primitive de la fonction* $h : x \mapsto (x+1)e^x$ *sur* $\mathbb{R}$.

0,5 **b)** *En déduire que* $\int_0^1 (x+1)e^x\,dx = e$.

1 **2.** *A l'aide d'une intégration par parties calculer* $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x\,dx$.

Problème : (9 points)

I) *Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle* $]0;+\infty[$ *par :*

$$g(x)=x^3-1-2\ln^2 x+2\ln x .$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0,25 **1.** *Calculer :* $g(1)$.

0,5 **2.** *Déterminer, à partir de ce tableau, le signe de* $g(x)$ *sur chacun des intervalles* $]0;1]$ *et* $[1;+\infty[$.

II) *On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle* $]0;+\infty[$ *par :*

$$f(x)=x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2x^2}+\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 .$$

et soit (C) *la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0,5 **1. a)** *Vérifier que* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

0,5 **b)** *Montrer que la droite* (D) *d'équation* $y=x-\frac{1}{2}$ *est une asymptote à la courbe* (C) *au voisinage de* $+\infty$.

0,25 **c)** *Déterminer la position relative de la droite* (D) *et la courbe* (C).

0,75 **2.** *Montrer que* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ *et interpréter le résultat géométriquement.*

1 **3. a)** *Montrer que* $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ *pour tout x de l'intervalle* $]0;+\infty[$.

0,5 **b)** *Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle* $]0;1]$ *et croissante sur l'intervalle* $[1;+\infty[$.

0,5 **c)** *Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle* $]0;+\infty[$.

1 **4.** *Construire dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *la droite* (D) *et la courbe* (C) *(unité : 1 cm)*

III) *On considère la fonction numérique h définie sur* $]0;+\infty[$ *par :*

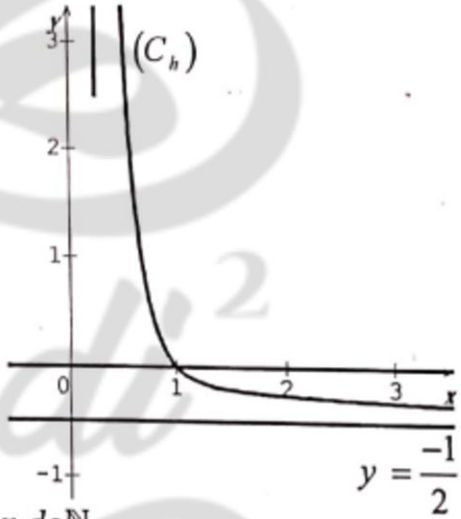
$$h(x)=f(x)-x\ .$$

0,25 **1. a)** *Vérifier que* $h(1)=0$.

0,75 **b)** *Dans la figure ci-contre,* (C_h) *est la représentation graphique de la fonction h.*

Déterminer le signe de $h(x)$ *sur chacun des intervalles* $]0;1]$ *et* $[1;+\infty[$ *puis en déduire que :*

$f(x)\le x$ *pour tout x de l'intervalle* $[1;+\infty[$.



2. *On considère la suite numérique* (u_n) *définie par :* $u_0=e$ *et* $u_{n+1}=f(u_n)$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,75 **a)** *Montrer par récurrence que* $1\le u_n\le e$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

0,75 **b)** *Montrer que la suite* (u_n) *est décroissante.*

(on pourra utiliser le résultat de la question **III) 1. b)**)

0,75 **3.** *En déduire que la suite* (u_n) *est convergente et déterminer sa limite.*