EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2020

SESSION DE RATTRAPAGE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

RECUEIL COMPLET 2008 → 2026 + CORRIGÉS
profbelbacha.netlify.app/nationaux
Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

Exercice 1 : (2 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ pour tout n de IN

0.5 1) Montrer que pour tout n de IN, $u_n < 2$

2) On pose pour tout n de IN, $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n - 2}$

0.5 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2

0.75 b) Ecrire v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de IN.

0.25 c) Calculer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 : (5 points)

0.75 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$

2) On pose $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

0.75 a) Ecrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel

0.5 b) Soit le nombre complexe $b = \cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}$. Prouver que $b^2 = a$

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z'.

0.25 a) Vérifier que $z' = bz$

0.5 b) Déterminer l'image de C par la rotation R et montrer que A est l'image de B par R.

0.75 4) a) Montrer que $|a - b| = |b - c|$ et en déduire la nature du triangle ABC

0.5 b) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

5) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}$ et D l'image de A par T

0.25 a) Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$

0.75 b) Montrer que $\dfrac{b^2 + 1}{b} = b + \overline{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x)=e^x-2x+2-3e^{-x}$

0.5 1)a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $u'(x)=\dfrac{(e^x-1)^2+2}{e^x}$

0.25 b) poser le tableau de variation de la fonction u (sans calcul de limite) ;

0.5 c) En déduire le signe de la fonction u sur $\mathbb{R}$ (remarquer que $u(0)=0$)

2) Soit la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x)=e^{2x}-2xe^x+2e^x-3$

0.5 a)Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$, $v(x)=e^x u(x)$

0.5 b) En déduire le signe de la fonction v sur $\mathbb{R}$

0.5 3) a) Montrer que la fonction W définie par $W(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+(4-2x)e^x-3x$ est une primitive de la fonction v sur $\mathbb{R}$

0.5 b) Calculer l'intégrale $\int_0^2 v(x)dx$

0.75 c) Montrer que $\dfrac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction W sur $\mathbb{R}$.

Problème : (9 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=e^{1-x}+\dfrac{1}{x}-2$

0.5 1) Monter que $g'(x)<0,$ pour tout $x\in]0,+\infty[$

0.5 2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$; (remarquer que $g(1)=0$)

II – On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par :

$f(x)=(1-x)e^{1-x}-x^2+5x-3-2\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2 cm)

0.5 1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement

0.5 2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

0.75 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement

1 3) a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=(x-2)g(x)$

0.75 b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0,1]$ et sur $[2,+\infty[$ et croissante sur $[1,2]$

0.25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0,+\infty[$, (on admet $f(2)\approx 1,25$)

0.5 **4) Sachant que $f(3) \approx 0,5$ et $f(4) \approx -1,9$ montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3,4[$.**

1 **5) Construire (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$**

III - On pose $h(x)=f(x)-x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$

0.5 **1) a) A partir du tableau de variations de la fonction h ci-contre montrer que $f(x)\leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$**

x	1	2
$h(x)$	0 ↘	$h(2)$

0.25 **b) Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation $f(x)=x$ sur l'intervalle $[1,2]$**

2) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de IN

0.75 **a) Montrer par récurrence que $1\leq u_n\leq 2$ pour tout n de IN**

0.5 **b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.**

0.75 **c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$**