EXAMEN NATIONAL DU BACCALAURÉAT · MATHÉMATIQUES

2026

SESSION NORMALE

2e année Bac · Sciences Physiques & SVT · Option française · Durée : 3 h

MON SUIVI

☐ Sujet traité

Le : _____

Durée : _____

Note : _____ / 20

PR. BELBACHA

Conditions réelles : 3 heures, calculatrice non programmable, sans cours.

NATIONAL 2026 SESSION NORMALE

Durée : 3 h · Coefficient : 7 · NS 22F

COMPOSANTES DU SUJET Espace **3** · Complexes **3.5** · Probabilités **2.5** · Problème **11** (sur 20)
Calculatrice non programmable autorisée · Exercices et problème indépendants, à traiter dans l'ordre de votre choix.

EXERCICE 1 — 3 POINTS

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(-1,0,1)$, $B(-3,2,2)$, $C(-1,1,2)$ et $D(2,7,-4)$.

Soit (Δ) la droite passant par le point D et dirigée par le vecteur $\vec{u}(2,1,2)$.

0.5 pt	**1.a.** Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$
0.25 pt	**1.b.** Déduire que $x + 2y - 2z + 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
0.5 pt	**1.c.** Calculer $\vec{u} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$ et déduire que la droite (Δ) est parallèle au plan (ABC)

2. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(0,3,0)$ et tangente à la droite (Δ).

0.5 pt	**2.a.** Vérifier que $\overrightarrow{\Omega D} \cdot \vec{u} = 0$ et déduire que le rayon de la sphère (S) est égal à 6
0.75 pt	**2.b.** Calculer $d(\Omega,(ABC))$ et déduire que (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $r = 3\sqrt{3}$
0.5 pt	**2.c.** Vérifier que $\overrightarrow{C\Omega} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduire que le point C est le centre du cercle (Γ).

EXERCICE 2 — 3.5 POINTS

On considère dans le plan complexe les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, \qquad b = e^{i\frac{\pi}{12}} \qquad \text{et} \qquad c = 1$$

0.5 pt	**1.a.** Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.
0.5 pt	**1.b.** Vérifier que $b^2 = a$ et que $b\,\overline{b} = 1$
0.5 pt	**1.c.** Montrer que $a - 1 = (2 - \sqrt{3})\,i\,(a + 1)$

2. Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D le point d'affixe d tel que $T(A) = D$.

0.5 pt	**2.a.** Vérifier que $d = b(b + \overline{b})$ et déduire que les points O, B et D sont alignés.
0.5 pt	**2.b.** Déduire que $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{12}\ [2\pi]$

NATIONAL 2026 SESSION NORMALE

Durée : 3 h · Coefficient : 7 · NS 22F

0.5 pt	**3.a.** Vérifier que $\frac{a-c}{d} = (2-\sqrt{3})\,i$ et déduire que les droites (AC) et (OD) sont perpendiculaires.
0.5 pt	**3.b.** Montrer que le quadrilatère $OCDA$ est un losange.

EXERCICE 3 — 2.5 POINTS

Une urne contient cinq boules blanches, quatre boules noires et deux boules vertes. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. On considère les évènements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de même couleur. »
B : « Tirer au moins une boule verte. »

0.5 pt	**1.a.** Montrer que $p(A) = \frac{14}{165}$
0.5 pt	**1.b.** Calculer $p(\overline{B})$, la probabilité de l'évènement contraire de B, et déduire que $p(B) = \frac{27}{55}$
0.5 pt	**2.** Calculer la probabilité $p(A \cup B)$.

3. On considère la variable aléatoire X qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées.

0.75 pt	**3.a.** Copier et compléter le tableau ci-dessous, qui représente la loi de probabilité de la variable aléatoire X

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			

0.25 pt	**3.b.** Montrer que l'espérance de la variable aléatoire X est $E(X) = \frac{6}{11}$

PROBLÈME — 11 POINTS

■ PARTIE I

On considère les fonctions numériques g et h définies sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - \ln x \qquad \text{et} \qquad h(x) = x^2 e^{x-1}$$

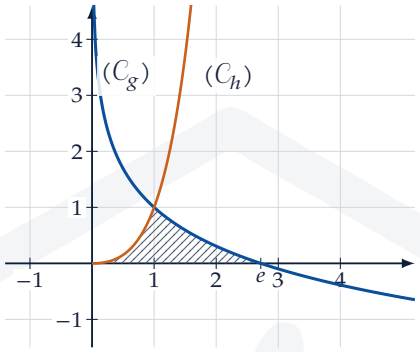
0.5 pt	**1.a.** Calculer $g(1)$ et $h(1)$
0.5 pt	**1.b.** Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans l'intervalle $]0, +\infty[$

Instagram @prof.belbacha · TikTok @prof.belbacha.math

NATIONAL 2026 SESSION NORMALE

Durée : 3 h · Coefficient : 7 · NS 22F

2. Le graphique ci-dessous représente les courbes (C_g) et (C_h) des fonctions g et h dans un même repère orthonormé.



0.5 pt	**2.a.** Justifier graphiquement que : pour tout x de $]0,1[$: $h(x)-g(x)<0$ et pour tout x de $]1,+\infty[$: $h(x)-g(x)>0$
0.5 pt	**2.b.** En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e g(x)\,dx = e-2$
0.75 pt	**2.c.** Vérifier que la fonction $H : x \mapsto e^{x-1}(x^2-2x+2)$ est une primitive de la fonction h sur $]0,+\infty[$, puis calculer $\int_0^1 h(x)\,dx$
0.5 pt	**2.d.** Calculer l'aire du domaine hachuré sur le graphique précédent (en unité d'aire).

■ PARTIE II

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = e^{x-1} - \dfrac{\ln x}{x}$.

Soit (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 pt	**1.a.** Vérifier que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, puis interpréter géométriquement ce résultat.
0.25 pt	**1.b.** Vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
0.5 pt	**1.c.** Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$, puis interpréter géométriquement ce résultat.
0.75 pt	**2.a.** Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{h(x)-g(x)}{x^2}$
0.5 pt	**2.b.** Dresser le tableau de variations de f sur $]0,+\infty[$ (On peut utiliser la question 2.a de la partie I.)
0.5 pt	**2.c.** Déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $e^{x-1} \geq 1 + \dfrac{\ln x}{x}$

NATIONAL 2026 SESSION NORMALE

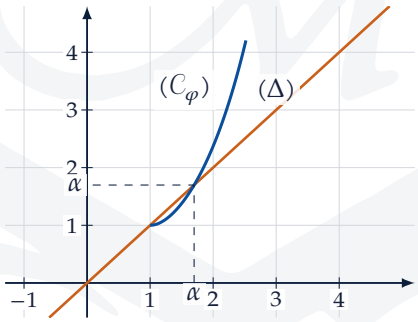
Durée : 3 h · Coefficient : 7 · NS 22F

0.75 pt	**3.** Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution α telle que : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (On donne $f(2) \approx 2{,}37$ et $f(\frac{3}{2}) \approx 1{,}38$)

4. Soit φ la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[1, +\infty[$.

0.5 pt	**4.a.** Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (L'expression de $\varphi^{-1}(x)$ n'est pas demandée.)
0.25 pt	**4.b.** Justifier que la fonction φ^{-1} est strictement croissante sur l'intervalle J

5. Le graphique ci-dessous représente la courbe (C_φ) de la fonction φ et la droite (Δ) d'équation $y = x$ dans un repère orthonormé.



0.5 pt	**5.a.** Justifier graphiquement que pour tout x de $[1, \alpha]$: $\varphi(x) \leq x$
0.5 pt	**5.b.** Déduire que pour tout x de $[1, \alpha]$: $\varphi^{-1}(x) \geq x$
0.5 pt	**5.c.** Reproduire la courbe (C_φ) et tracer la courbe $(C_{\varphi^{-1}})$ de la fonction φ^{-1} dans un même repère orthonormé.

■ PARTIE III

Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]1, \alpha[$ et $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n)$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0.5 pt	**1.** Montrer par récurrence que $1 < u_n < \alpha$, pour tout entier naturel n.
0.5 pt	**2.** Montrer que la suite (u_n) est croissante. (On peut utiliser la question 5.b de la partie II.)
0.75 pt	**3.** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

– Fin du sujet –